



ÖZET

EBOB, EKOK ve Aralarında Asal Sayılar

EBOB

İki ya da daha fazla doğal sayının ortak bölenlerinin en büyüğüne bu doğal sayıların **en büyük ortak böleni** denir ve EBOB şeklinde ifade edilir.

A, B doğal sayılarının EBOB'u x 'e eşit ise, **$EBOB(A, B) = x$** ya da **$(A, B)_{EBOB} = x$** şeklinde gösterilir.

İki sayının EBOB'u sayıların tüm bölenleri yazılarak bulunabilir.

Örnek: 24 ve 30'un EBOB'unu bulalım.

24'ün bölenleri 1, 2, 4, 6, 8, 12, 24

30'un bölenleri 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30 olduğundan

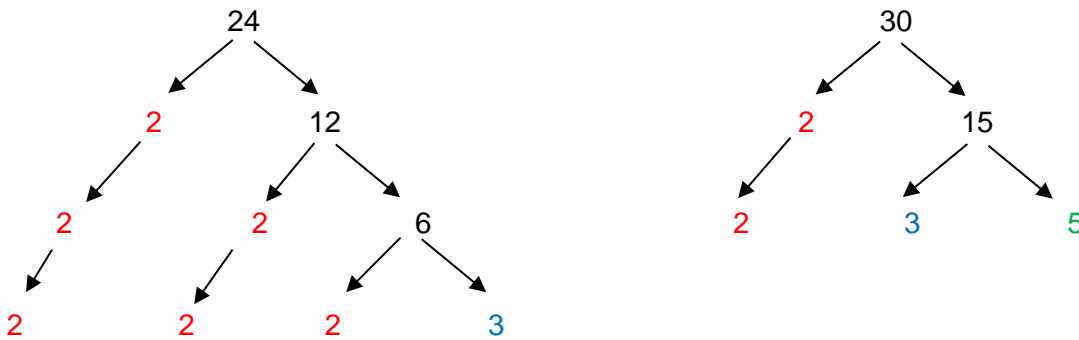
Buna göre, 24 ve 30'u ortak bölen sayıların en büyüğü, $EBOB(24, 30) = 6$ 'dır.

Ancak bu yöntem büyük sayılarda kullanışlı olmadığından EBOB'u bulmak için sayıları asal çarpanlarına ayırırız. Bunun için aşağıdaki iki yöntemden birini kullanabiliriz:

- Çarpan ağacı
- Asal çarpanlar algoritması

Çarpan Ağacı Kullanarak EBOB Bulma

Çarpan ağacı kullanarak sayıların EBOB'u bulunabilir. Sayıların asal çarpanlarına ulaştıktan sonra, asal çarpanlardan ortak olanların üssü küçük olanlarının çarpımı bulunur.



$$24 = 2^3 \cdot 3$$

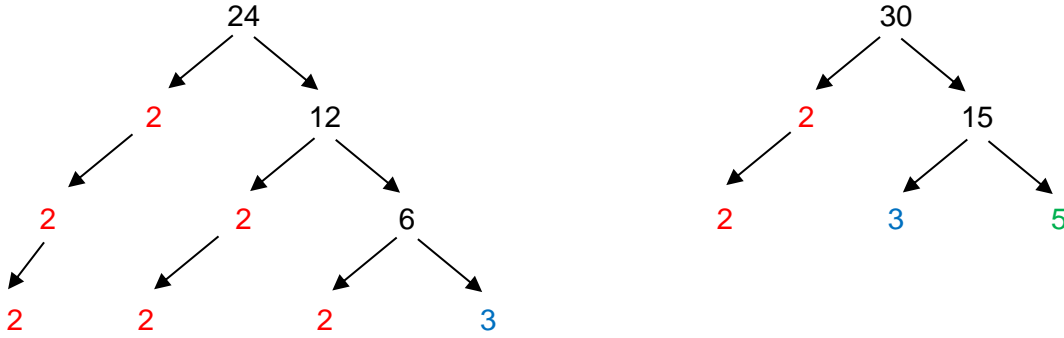
$$30 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \text{ olduğundan, } EBOB(24, 30) = 2 \cdot 3 = 6 \text{ 'dır.}$$



ÖZET

Çarpan Ağacı Yöntemi

Çarpan ağacı kullanarak sayıların EKOK'u bulunabilir. Sayıların asal çarpanlarına ulaştıktan sonra, asal çarpanlardan ortak olanların en büyük üslü çarpanları ile ortak olmayan çarpanlar çarpılır.



$$24 = 2^3 \cdot 3$$

$$30 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \text{ olduğundan, } \text{EKOK}(24, 30) = 2^3 \cdot 3 \cdot 5 = 120 \text{ 'dir.}$$

Asal Çarpanlar Algoritmasını Kullanarak EKOK Bulma

Sayıların EKOK'u, asal çarpanlar algoritması uygulanarak da bulunabilir.

Algoritmada, bölenlerin olduğu taraftaki tüm sayıların çarpımı EKOK'u verir.

24	30	2
12	15	2
6	15	2
3	15	3
1	5	5
1		1

$$\text{EKOK}(24, 30) = 2^3 \cdot 3 \cdot 5 = 120$$



UYARI

Birbirinin katı olan iki doğal sayının EBOB'u küçük olan sayıya, EKOK'u ise büyük olan sayıya eşittir.

Örnek: 4 ve 12'yi ele alalım.

$$4 = 2 \cdot 2$$

$$\text{EBOB}(4, 12) = 2 \cdot 2 = 4$$

$$12 = 2 \cdot 2 \cdot 3$$

$$\text{EKOK}(4, 12) = 2 \cdot 2 \cdot 3 = 12$$



ÖZET



UYARI

A ve B sayıları için,
 $A \cdot B = \text{EBOB}(A, B) \cdot \text{EKOK}(A, B)$ 'dir.

Herhangi iki doğal sayıyı asal çarpanlarının çarpımı şeklinde yazalım.

Örneğin 12 ve 20 sayılarını ele alalım.

$$12 = 2 \cdot 2 \cdot 3$$

$$20 = 2 \cdot 2 \cdot 5$$

Çarpım şeklinde yazılan asal sayılardan ortak olanlar ile ortak olmayanların çarpımı EKOK'u verir.

$$12 = 2 \cdot 2 \cdot 3$$

$$20 = 2 \cdot 2 \cdot 5$$

$$\text{EKOK}(12, 20) = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$$

Çarpanlar arasından EKOK için kullandıklarımızı çıkardığımızda, elimizde bu iki sayının ortak bölenleri (çarpanları) kalır. Bu ortak bölenlerin çarpımı da sayıların EBOB'unu verir.

$$\text{EBOB}(12, 20) = 2 \cdot 2$$

Gördüğümüz gibi, sayıların tüm bölenlerini çarparak ya da sayıların EBOB ve EKOK'larını çarparak aynı değerleri elde ederiz.

$$12 \cdot 20 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 2 = \text{EKOK}(12, 20) \cdot \text{EBOB}(12, 20) = 240$$

Günlük Hayatta EBOB ve EKOK

EBOB, büyük parçalardan küçük parçalar elde edilirken kullanılır.

Buna göre;

- şişede, çuvalda ya da benzeri kaplarda bulunan malzemeler daha küçük kaplara aktarılırken bunlardan kaç tane kullanılacağı,
- kumaş ve çubuk gibi malzemelerin eşit uzunlukta olacak şekilde kaç parçaya ayrılabilceği

EBOB kullanılarak bulunur.



ÖZET

EKOK, küçük parçalar kullanılarak büyük parçalar elde edilirken kullanılır.

Buna göre;

- farklı zaman aralıklarıyla nöbet tutan iki doktorun ortak nöbet tuttuğu gün,
- fıstık, kalem, şeker ve boncuk gibi nesnelere sayılırken artan ya da sınıfta öğrenciler sıralara oturtulurken ayakta kalacak olan toplam öğrenci sayısı

EKOK kullanılarak bulunur.

Aralarında Asal Sayılar

1'den başka ortak bölenleri olmayan sayılara **aralarında asal sayılar** denir.

İki sayının aralarında asal olması için bu sayıların asal sayı olması gerekmez.

Örnek: 25 ve 18'i ele alalım.

25'in bölenleri: 1, 5, 25

18'in bölenleri: 1, 2, 3, 6, 9, 18

25 ve 18 sayılarının 1'den başka ortak böleni olmadığı için, bu iki sayı aralarında asaldır.



UYARI

1'den başka ortak böleni olmadığı için, aralarında asal olan sayıların EBOB'u 1'e, EKOK'u da bu sayıların çarpımına eşittir.

Örnek: 12 ve 35'i ele alalım.

$$12 = 2^2 \cdot 3$$

$$35 = 5 \cdot 7$$

$$\text{EBOB}(12, 35) = 1$$

$$\text{EKOK}(12, 35) = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$$



UYARI

1 sayısı diğer sayıların her biri ile aralarında asaldır.

Örnek: 1 ile 13, 1 ile 20, 1 ile 105, ...